Résumé 1 :

Notions de logique

Premier bac science

Economie

Prof Fayssal https://elboutkhili.jimdofree.com/

Lycée IBNO EL HAYTAM OUJDA	Résumé de cour : Notion de logique	1 Bac sciences ECO Prof : Fayssal

Négation d'une propositions : $\overline{P}$

- **La négation** de la proposition P est la proposition noté $\overline{P}$ ou non P et qui est **vraie** si P est **fausse** et **fausse** si P est **vraie**

Conjonction :(P et Q) ; disjonction : (P ou Q)

- la proposition (P et Q) est vraie ssi P et Q sont toutes les deux sont vraies
- la proposition (P ou Q) est fausse SSI les deux propositions P et Q sont fausses

P	Q	P et Q	P ou Q
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	F

- la négation de (P et Q) est : ($\overline{P}$ ou $\overline{Q}$)
- la négation de (P ou Q) est : ($\overline{P}$ et $\overline{Q}$)

Implication:($P \Rightarrow Q$) ; Equivalence:($P \Leftrightarrow Q$)

- L'implication de P et Q est la proposition ($\overline{P}$ ou Q) ; noté par $P \Rightarrow Q$
- **l'équivalence** de deux propositions P et Q est la proposition ($P \Rightarrow Q$ et $Q \Rightarrow P$) qu'on note par : $P \Leftrightarrow Q$ et qui est vraie ssi P et Q ont la même valeur de vérité

P	Q	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	V	F
F	F	V	V

- la négation de ($P \Rightarrow Q$) est (P et $\overline{Q}$)
- Pour montrer que la proposition $P \Rightarrow Q$ est vraie on suppose que P est vraie et on montre que Q est vraie

Quantificateur : ∀ ; ∃

- Le quantificateur **pour tout** ou **quel que soit** est noté par : ∀ .

La proposition $(\forall x \in E); p(x)$ est vraie lorsque , pour tout $x \in E$ on a : $p(x)$ est vraie

- Le quantificateur **il existe au moins un** est noté par : ∃

la proposition $(\exists x \in E); p(x)$ est vraie lorsqu'il existe au moins un $x \in E$ tel que $p(x)$ soit vraie

- Le quantificateur **il existe un unique** est noté par : ∃!
  la proposition $\exists! x \in E; p(x)$ est vraie lorsqu'il existe un seul $x \in E$ tel que $p(x)$ soit vraie

- $\overline{(\forall x \in E); p(x)}$ est : $(\exists x \in E); \overline{p(x)}$
- $\overline{(\exists x \in E); p(x)}$ est : $(\forall x \in E); \overline{p(x)}$

1) Raisonnement par contre-exemple

Pour montrer que la proposition $(\forall x \in E); p(x)$ est **fausse** , il suffit de montrer que sa négation $(\exists x \in E); \overline{p(x)}$ **est vraie**

2) Raisonnement par contraposition

Pour montrer que la proposition $P \Rightarrow Q$ est vraie on montre que la proposition $\overline{Q} \Rightarrow \overline{P}$ est vraie

Pratiquement : on suppose que $\overline{Q}$ est vraie et on montre que $\overline{P}$ est vraie

3) Raisonnement par disjonction des cas

Pour montrer que la proposition $(\forall x \in E); p(x)$ est vraie on montre que $p(x)$ est vraie pour un partie A de E puis on montre que $p(x)$ est vraie pour les x n'appartenant pas à A

4) Raisonnement par l'absurde

Pour montrer que la proposition P est vraie
On suppose que $\overline{P}$ est vraie et on montre que cela entraine une proposition fausse (Q et $\overline{Q}$) (contradiction) donc on conclut que P est vraie

5) Raisonnement par Equivalence

On établit l'équivalence $P \Leftrightarrow Q$ à l'aide d'une chaine d'équivalences successives

6) Raisonnement par récurrence

Soit $n \in \mathbb{N}$; pour montrer que la proposition

$(\forall n \geq n_0); p(n)$ est vraie , on montre que :

- $p(n_0)$ est vraie
- $(\forall n \geq n_0); [p(n) \Rightarrow p(n+1)]$ est vraie

Pratiquement :on suit les trois étapes suivantes

- **Initialisation** : Pour $n = n_0$, on vérifie que la proposition $p(n_0)$ est vraie
- **Hérédité** : fixons un $n \geq n_0$
  Supposons que $p(n)$ est vraie
  et montrons que $p(n+1)$ est vraie
- **Conclusion** : d'après le principe de récurrence en conclut que :
  $(\forall n \geq n_0); p(n)$ est vraie