Niveau : Tronc commun sciences

Devoir surveillé 3 corrigé

Tronc commun sciences

Modèle 1

- **Droite dans le plan** **6 points**
- **Polynômes** **6 points**
- **Equations** **8 points**

Collection FMATHS

Prof fayssal www.elboutkhili.jimdofree.com

elboutkhili.jimdofree.com

Prof fayssal

Devoir surveillé 3

Modèle 1

Tronc commun sciences

Durée : 2 heures

(6pt)

Exercice 01

Dans un repè … é (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) ; on considère les points

$A(5\,;0)$;$B(2$

0.5 **1) a)** Déter … $\rightarrow$

0.5 **b)** Calcu … es

1 **c)** Mont

1 **2) a)** Déte

b) Dét

(Δ) P

0.5 …

0.5 **c)** M

3) Soie … $\in IR)$

et (

0.5 **a)**

0.5 **b** … oint I

1 …

(8 pt)

On considère le poly … 2

0,5 **1)** Vérifier que 0 n'est pas une racine …

0 ,5 **2) a)** Montrer que 2 est une racine de $P(x)$.

1.5 **b)** En effectuant la division euclidienne de $P(x)$ par $x-2$ déterminer un polynôme $Q(x)$ tel que $P(x)=(x-2)Q(x)$

1 **3) a)** Montrer que si a une racine de $P(x)$ alors $\frac{1}{a}$ est aussi une racine de $P(x)$.

0.5 **b)** En déduire que $Q\left(\frac{1}{2}\right)=0$.

1,5 **c)** Déterminer les réels a, b et c tel que : $Q(x)=\left(x-\frac{1}{2}\right)(ax^2+bx+c)$

1,5 **4)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x)=0$

1 **5)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(|x|)=0$

(6pt)

Exercice 03

1,5 **1)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E): $x^2-x-6=0$

1,5 **2)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : (I) $x^2+3x-5<-x+2$

1,5 **3)** Résoudre le système par la méthode des déterminants :

$$(S):\begin{cases}3x-2y=11\\6x+3y=15\end{cases}$$

1,5 **4)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\frac{1}{x^2-x-6}\geq 2$

Lycée IBNO EL HAYTAM	**Correction du devoir surveillé 03** **Modèle 01**	PROF : FAYSSAL
Page 01		TCS F

NB : Il sera tenu compte la rédaction des réponses

Exercice 01

Dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{i};\vec{j})$; on considère les points $A(5\,;0)$;$B(2\,;1)$ et $C(6\,;3)$

1) a) Déterminer les cordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

b) Calculer $det(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AC})$ et déduire que A ;B et C ne sont pas alignés

c) Montrer que le triangle ABC et isocèle et rectangle en A

2) a) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB)

Passe par A es directeur $\vec{U}(6;-2)$

c) Montrer qu nt parallèles

3) Soient (D) et $2+5t$ $(t\in IR)$

et $(D'): x+$

a) Montrer

b) Montre

c) Déterm

Dans un rep et $C(6\,;3)$

1) a) Déter

$\overrightarrow{AB}(2-5;$

$\overrightarrow{AC}(6-5$

b) Cal es

$det(\overrightarrow{AB}$

Donc le

Donc l

a)

$AB\ =$

AC

Don

BC

AB^2+AC

Donc d' après théorem ctangle en A

NB : Il sera tenu compte la rédaction des réponses

2) a) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB)

● A et B appartiennent à (AB) donc $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de (AB)

On a $\overrightarrow{AB}\binom{-3}{1}$. Donc $a = 1$ et $b = 3$.

Une équation cartésienne de (AB) est de la forme : $x + 3y + c = 0$.

- $A\binom{5}{0}$ appartient à (AB) donc : $5 + 3 \times 0 + c = 0$ donc $c = -5$.

Une équation cartésienne de (AB) est : $x + 3y - 5 = 0$

b) Déterminer une paramétrique de la droite (Δ) Passe par A est

de vecteur directe

$(\Delta) : \begin{cases} x = 5 + 6t \\ y = -2t \end{cases}$

c) Montrer que

On a : $\overrightarrow{AB}\binom{-3}{1}$ est

Et $\vec{U}\binom{6}{-2}$ est un

$det(\overrightarrow{AB}\,;\vec{U}) = \Big|$

Donc les vecteu

Donc les droit

3) (D) et (D)

et (D') : $x +$

a) Montrer

$\begin{cases} x_B = 2 + 5 \\ y_B = 1 + \end{cases}$

$x_A + 2y_A$

b) Montr

On a : $\vec{V}$

Et $\vec{V'}($

$det(\vec{V}$

Donc les vec

Donc les droites (D) et

D'où les droites (D) et (D') sont sécant

c) Déterminer les coordonnées de points I

Pour déterminer les coordonnées de points I on va résoudre de système suivant

$(S):\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 1 \\ x + 2y + \end{cases}$

$\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 1 + t \\ x + 2y + 3 \end{cases}$

Donc $2 + 5$

Donc $7 + 7$

Donc $t \ =$

Donc $\begin{cases} x_I \\ \end{cases}$

Donc $\begin{cases} x \\ \end{cases}$

On co

1) Vé

2) a)

éterminer un

pol

3)

e racine de $P(x)$ **.**

$ax^2 + bx + c)$

On considère le $+ 2$

1) Vérifier que 0 n'est pas un

On a $P(0) = 2$ **donc 0 n'est pas une racin**

2) a) Montrer que 2 est une racine de $P(x)$ **.**

On a $P(2) = 0$ **donc 2 est une racine de** $P(x)$ **.**

b) En effectuant la division euclidienne de $P(x)$ par $x - 2$ déterminer un polynôme $Q(x)$ tel que $P(x) = (x - 2)Q(x)$

$2x^4 - 9x^3 + 14x^2 - 9x$ | $x - 2$

$4x - 1$

$- \; 2x^4 + 4x^3$

$0 - 5x^3 + 14x^2 - 9$

$5x^3 - 10x^2$

$0 \; + 4x^2 - 9$

$-4x^2 + 8$

$0 \; -$

$0 \; -$

On obtie $- 1)$

Donc $Q(x) = 2$

3) a) Montrer $P(x)$.

$P\left(\frac{1}{a}\right) = 2(\frac{1}{a})$

$= \frac{2}{a^4} -$

$= \frac{2 -}{}$

$= \frac{P(a)}{a^4}$

$= \frac{0}{a^4} = 0$ *car a racine de* $P(x)$

b) En déduire que $Q\left(\frac{1}{2}\right) = 0$.

On a 2 est racine de P(x)

Donc d'après la question précédente $\frac{1}{2}$ est une racine de P(x)

Donc $Q\left(\frac{1}{2}\right) = 0$

c)Déterminer les réels a, b et c tel que : $Q(x) = \left(x-\frac{1}{2}\right)(ax^2+bx+c)$

On a $Q(x) = 2x^3 - 5x^2 + 4x - 1$

Et on a

$$Q(x) = \left(x-\frac{1}{2}\right)(ax^2+bx+c)$$
$$= ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}ax^2 - \frac{1}{2}bx - \frac{1}{2}c$$
$$= ax^3 + \left(b - \frac{1}{2}a\right)x^2 + (c - \frac{1}{2}b)x - \frac{1}{2}c$$

Donc $a = 2$ et $b - \frac{1}{2}a = -5$ et $\left(c - \frac{1}{2}b\right) = 4$ et $\frac{1}{2}c = 1$

Donc $a = 2$ et $c = 2$ et $b - 1 = -5$ et $\left(2 - \frac{1}{2}b\right) = 4$

Donc $a = 2$ et $c = 2$ et $b = -4$ et $b = -4$

$$Q(x) = \left(x-\frac{1}{2}\right)(2x^2 - 4x + 2)$$

4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$

$P(x) = 0$ donc $(x-2)\left(x-\frac{1}{2}\right)(2x^2-4x+2) = 0$

donc $2(x-2)\left(x-\frac{1}{2}\right)(x^2-2x+1) = 0$

donc $2(x-2)\left(x-\frac{1}{2}\right)(x-1)^2 = 0$

donc $x - 2 = 0$ ou $x - \frac{1}{2} = 0$ ou $x - 1 = 0$

donc $x = 2$ ou $x = \frac{1}{2}$ ou $x = 1$

Donc $S = \left\{2; \frac{1}{2}; 1\right\}$.

5) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(|x|) = 0$

$P(|x|) = 0$ donc $|x| = 2$ ou $|x| = \frac{1}{2}$ ou $|x| = 1$

donc $x = 2$ ou $x = -2$ ou $x = \frac{1}{2}$ ou $x = -\frac{1}{2}$ ou $x = 1$ ou $x = -1$

Donc $S = \left\{2; \frac{1}{2}; 1; -2; -\frac{1}{2}; -1\right\}$

Exercice 03

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E): $x^2 - x - 6 = 0$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : (I) $x^2 + 3x - 5 < -x + 2$

3) Résoudre le système par la méthode des déterminants :

$$(S) : \begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ 6x + 3y = 15 \end{cases}$$

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\frac{1}{x^2-x-6} \geq 2$

Correction d'exercice 3

1) Résoudre dans ℝ l'équation $(E) : x^2 - x - 6 = 0$

Δ = (−1)² – 4 x 1 x (−6) = 25 et ses racines sont : $x_1 = \frac{1-\sqrt{25}}{2\times1} = -2$ et $x_2 = \frac{1+\sqrt{25}}{2\times1} = 3$

Donc $S = \{-2; 3\}$.

2) Résoudre dans ℝ l'inéquation : (I) $x^2 + 3x - 5 < -x + 2$

$x^2 + 3x - 5 < -x + 2$ équivaut à $x^2 + 4x - 7 < 0$.

Le discriminant $4x - 7$ est Δ = 4² – 4 x 1 x (−7) = 44 et ses racines sont :

$x_1 = \frac{-4-\sqrt{44}}{2\times1} = -$ $\sqrt{44}$ $= -2 + \sqrt{11}$

On obtient le ta

x	$-\infty$
$f(x)$	

$= 11$

3) Résoud **$= 15$**

$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 6 & 3 \end{vmatrix}$

$\Delta_x = \begin{vmatrix} 11 \\ 15 \end{vmatrix}$

On a Δ =

Donc l'

4)Rés

$\frac{1}{x^2-x-6}$

Donc

On

Les **)**

On

Or

Le **t**

x

x									$+\infty$
$-2x^2+2x+13$	$-$	0	$+$						$-$
x^2-x-6	$+$		$+$	0	$-$	0			$+$
$\frac{-2x^2+2x+13}{x^2-x-6}$	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$

L'ensemble des solutions de l'inéquation $\frac{1}{x^2-x-6} \geq 2$ est : $S = \left[\frac{1-3\sqrt{3}}{2} ; -2\right[\cup \left]3 ; \frac{1+3\sqrt{3}}{2}\right]$