Tronc commun sciences

Série corrigée : Généralités sur les fonctions

Tronc commun sciences

admin

Prof fayssal 0681399067 www.elboutkhili.jimdofree.com

Lycée BNO LHAYTAM — Page 01 — **Série 12 : Généralités sur les fonctions** — Tronc commun sc — Prof : Fayssal

Exercice 01

Soit la fonction f définie par

$$f(x) = x^2 - 4x + 3$$

1) Calculer $g(0)$; $g(1)$; $g(-3)$ *et* $g(\sqrt{2})$
2) Déterminer les antécédents de 0 par f

Exercice 02

Déterminer D_f l'ensemble de définition

1) $f(x) = x^3 - 3x + 2$; 2) $f(x) = \frac{2x-4}{8-4x}$
3) $f(x) = \frac{x+4}{x^2-4}$; 4) $f(x) = \sqrt{6-2x}$
5) $f(x) = \sqrt{x^2+x+2}$; 6) $f(x) = \sqrt{x^2-5x}$

Exercice 03

Déterminer l'ensemble de définition puis étudier la parité des fonctions suivantes :

$f(x) = x^2 + 2$; $g(x) = \frac{2x^2}{x^2+1}$; $h(x) = \frac{x}{x^2-4}$

Exercice 04

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 - 4x$$

1) Calculer le taux de variation de f sur $\mathbb{R}$
2) Etudier le sens de variation de f sur l'intervalle $[2;+\infty[$ puis sur $]-\infty;2]$
3) Dresser le tableau de variation de f

Exercice 05

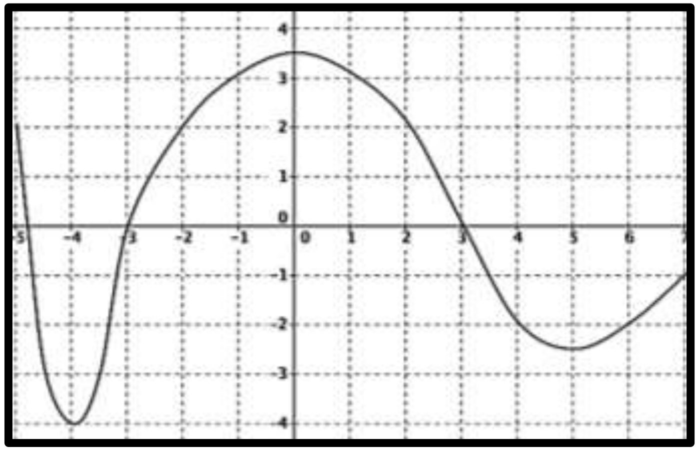
f une fonction dont le tableau de variation

x	-4		-3		1		5
$f(x)$	2	↘	-5	↗	6	↘	-2

1) Déterminer D_f
2) Déterminer $f(-4)$; $f(-3)$; $f(1)$ *et* $f(5)$
3) Déterminer les extremums de la fonction en précisant où ils sont atteints

Exercice 06

Soit f une fonction définit par son graphe :



Déterminer graphiquement :

1) L'ensemble de définition de la fonction f
2) L'image de -5 ; -4 ; -3 ; 3 et 4 par f.
3) Les antécédents de 2 par la fonction f.
4) Donner les variations de la fonction.
5) Donner les extremums de la fonction en précisant où ils sont atteints.
6) Résumer les résultats précédents dans un tableau de variations

Exercice 07

1) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 - 4x + 1$$

Montrer que -3 est minimum de f sur $\mathbb{R}$

2) Soit g une fct définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \frac{x^2}{1+x^4}$

Montrer que g admet un maximum en 1

3) Soit h une fct définie par : $h(x) = \frac{2x^2+x-1}{x^2-x+1}$

Déterminer D_h puis montrer que 3 est la valeur maximale de la fonction h sur D_h

Exercice 08

f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$

1) Etudier la parité du fonction f
2) a) Montrer que pour tout x ;y dans $\mathbb{R}$

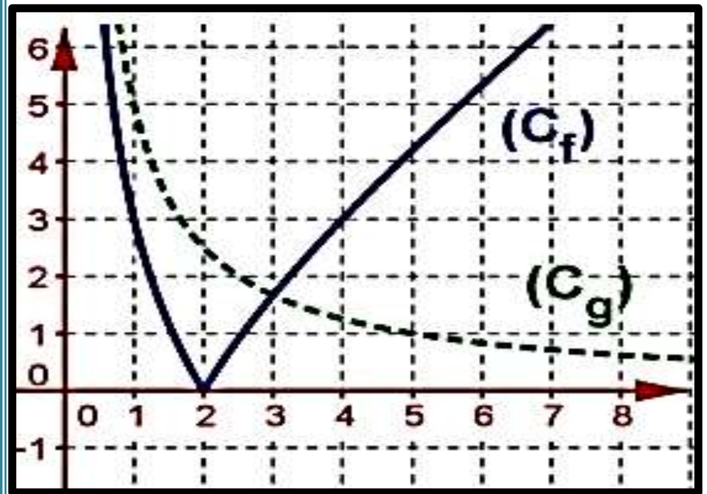
$$f(x) - f(y) = \frac{2(1-xy)(x-y)}{(x^2+1)(y^2+1)}$$

b) En déduire T_f le taux de variations de f

3) Etudier le sens des variations de f sur $[0;1]$ puis sur $[1;+\infty[$
4) En déduire le sens des variations de f sur $[-1;0]$ puis sur $]-\infty;-1]$
5) Dresser la table de variation de f sur $\mathbb{R}$

Exercice 09

f et g deux fonctions définit sur $]0;+\infty[$ par



1) Déterminer $f(1)$; $f(2)$; $f(4)$; $g(5)$; $g(1)$
2) Dresser la table de variations de f et g
3) Résoudre graphiquement les équations $f(x) = 0$; $f(x) = 3$ et $g(x) = f(x)$
4) Résoudre graphiquement les inéquation $f(x) < 3$; $f(x) < g(x)$ et $f(x) \geq g(x)$

Exercice 10

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2$$

1) Dresser le tableau de variation de la fonction en justifiant votre réponse
2) Déterminer la nature de (C_f)
3) Tracer la courbe (C_f) la courbe de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

Exercice 11

Soit f la fonction définit sur $\mathbb{R}$ par

$$f\ (x) = x^2 - 4x + 3$$

1) Dresser la table des variations de f
2) Déterminer les points d'intersection de (C_f) avec les axes du repère $(O;\vec{i};\vec{j})$
3) Déterminer la nature de (C_f)
4) Tracer la courbe (C_f) la courbe de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

Exercice 12

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$par

$$f(x) = \frac{2}{x}$$

1) Dresser le tableau de variation de la fonction en justifiant votre réponse
2) Calculer les images de 3 et de 6 par la fonction f.
3) Calculer l'antécédent de 7 par f.
4) Déterminer la nature de (C_f)
5) Tracer la courbe (C_f) la courbe de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

Exercice 13

Soit f la fonction définit sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \frac{x+2}{x+1}$

1) Déterminer D_g
2) Dresser la table des variations de g
3) Déterminer les points d'intersection de (C_g) avec les axes du repère $(O;\vec{i};\vec{j})$
4) Déterminer la nature de (C_g)
5) Tracer la courbe (C_g) la courbe de g dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

Exercice 14

Soit f la fonction sur définit sur $\mathbb{R}$ par

$$f\ (x) = -x^2 + 2x$$

1) Dresser la table des variations de f
2) Déterminer les points d'intersection de (C_f) avec les axes du repère
3) Construire la courbe (C_f)
4) Soit g une fonction définit sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -x^2 + 2|x|$

a) Etudier la parité de la fonction g

b) Construire dans le même le repère la courbe (C_g) avec un autre couleur en justifiant la méthode de construction

c) Discuter suivant les valeurs du paramètre m , le nombre de solutions de l'équation $g(x) = m$

5) Soit h une fonction définit sur $\mathbb{R}$ par

$$h(x) = |f(x)|$$

Tracer la courbe (C_h) dans un autre repère en justifiant la méthode de construction

Exercice 15

Soient f et g les fonctions définies par

$$f\ (x) = x^2 - 2x \quad et \quad g(x) = \frac{x}{x-2}$$

1) Déterminer D_g puis vérifier que pour tout $x \in D_g : g(x) = 1 + \frac{2}{x-2}$
2) Dresser le tableau des variations de la fonction f puis de la fonction g
3) Déterminer les points d'intersection de (C_f) et de (C_g) avec les axes du repère
4) Résoudre algébriquement l'équation $f\ (x) = g\ (x)$
5) Déterminer la nature de (C_f) et de (C_g)
6) Tracer les courbes (C_f) et (C_g) dans le même le repère orthonormé $(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j})$
7) Résoudre graphiquement l'inéquation $f\ (x) \leq g\ (x)$
8) Soit h une fonction tel que par

$$h(x) = \frac{|x|}{|x| - 2}$$

a) Déterminer D_h

b) Etudier la parité du fonction h

c) Vérifier que pour tout $x \in IR_+ - \{2\}$: $h(x) = g(x)$

d) Construire dans le même le repère $(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j})$ la courbe (C_h) en justifiant la méthode de construction

e) Discuter suivant les valeurs du paramètre m , le nombre de solutions de l'équation $h(x) = m$

Exercice 01

Soit la fonction f définie par

$$f(x) = x^2 - 4x + 3$$

1)Calculer $f(0); f(1); f(-3)$ ... $f(\sqrt{2})$

2)Déterminer les antécédent

Solution

Soit la fonction f définie par

$$f(x) = x^2 - 4x ...$$

1)Calculer $f(0); f(1); f(-$

$$f(x) = x^2 - 4x ...$$

$f(0) = 0^2 - 4 \times 0 + 3$

$= 0$

$f(1) = 1^2 - 4 \times 1 + 3$

$= 1 - 4 + 3$

$= 0$

$f(-3) = (-3)^2 - 4 \times$ ...

$= 9 + 12 + 3$

$= 24$

$f(\sqrt{2}) = (\sqrt{2})^2 - 4$ ...

$= 2 - 4\sqrt{2} + 3$

$= 5 - 4\sqrt{2}$

2)Déterminer les antécéden...

Donc déterminons les nombre réels x tels que $f(x) = 0$

Donc $x^2 - 4x + 3 = 0$

$\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 3 = 4$

$x = \frac{4 + \sqrt{4}}{2 \times 1} = 3$ ou $x = \frac{4 - \sqrt{4}}{2 \times 1} = 1$

Donc les antécédents de 0 sont 1 et 3

Exercice 02

Déterminer D_f l'ensemble de définition

1) $f(x) = x^3 - 3x + 2$; 2) $f(x) = \frac{2x-4}{8-4x}$

3) $f(x) = \frac{x+2}{x^2-4}$; 4) $f(x) = \sqrt{6 - 2x}$

... $+ x + 2}$; 6) $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x}$

Donc $x \neq 2$

Donc $D_f = \mathbb{R} - \{;2\}$

$=]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$

3) $f(x) = \frac{x+2}{x^2-4}$

➢ **L'ensemble de définition de f**

$D_f = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 4 \neq 0\}$

$x^2 - 4 \neq 0$ donc $x^2 \neq 4$

donc $x \neq \sqrt{4}$ et $x \neq -\sqrt{4}$

donc $x \neq 2$ et $x \neq -2$

Donc $D_f = \mathbb{R} - \{-2; 2\}$

$=]-\infty; -2[\cup]-2; 2[\cup]2; +\infty[$

... $-3]$

... n de f

... $x^2 + x + 2 \geq 0$

... $+ x + 2$

	$+\infty$
$+$	

6) $f(x)=\sqrt{x^2-5x}$

➢ **L'ensemble de définition de f**

$D_f=\{x\in\mathbb{R}/x^2-5x\geq 0\}$

Résoudrons l'inéquation $x^2-5x\geq 0$

$x^2-5x=0$

$x(x-5)=0$

$x=0$ *ou* $x-5=0$

$x=0$ *ou* $x=5$

Le tableau de signe de x^2

x	$-\infty$ 0
x^2+x+2	+ 0

Donc $D_f=]-\infty;0]\cup[5;$

Exerc

Déterminer l'ensembl

étudier la parité des f

$f(x)=x^2+2$; $f(x$

Rappel 02 :

➢ La fonction f est

on a : $-x\in D$

➢ La fct f est imp

on a : $-x\in I$

1) $f($

➢ **L'ensemble de définition de f**

La fonction f est un polynôme donc $D_f=\mathbb{R}$

➢ **La parité de la fonction f**

Soit $x\in\mathbb{R}$, on a $-x\in\mathbb{R}$ et on a :

$f(-x)=(-x)^2+2$

$=x^2+2=f(x)$

Donc la fonction f est paire

2) $f(x)=\dfrac{2x^2}{x^2+1}$

➢ **L'ensemble de définition de f**

$D_f=\{x\in\mathbb{R}/x^2+1\neq 0\}$

On sait que pour tout $x\in\mathbb{R}$ on a : $x^2\geq 0$

Donc pour tout $x\in\mathbb{R}$ on a : $x^2+1\geq 1$

r tout $x\in\mathbb{R}$ on a : $x^2+1\neq 0$

➢ **La parite de**

Soit $x\in\mathbb{R}-\{-2;2\}$

donc $x\neq 2$ *et* $x\neq -2$

donc $-x\neq -2$ *et* $-x\neq 2$

Donc $-x\in\mathbb{R}-\{-2;2\}$

$* \ f(-x)=\dfrac{-x}{(-x)^2-4}=-\dfrac{x}{x^2-4}=-f(x)$

Donc la fonction f est impaire

Exercice 04

f une fct définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x^2-4x$

1)Soient x ;y deux réels tels que *avec* $x\neq y$

Montrer que $T=x+y-4$, avec T taux de variation de f sur $\mathbb{R}$

2) En déduire le sens de variation de f sur l'intervalle $[2;+\infty[$ puis sur $]-\infty;2]$

Dresser le tableau de variation de f

Solution

$f(x)=x^2-4x$

ion de f sur $\mathbb{R}$

ue *avec* $x\neq y$

$-$ y)

variation de f sur

puis sur $]-\infty;2]$

alle $[2;+\infty[$

≥ 0

Donc f est ante sur $[2;+\infty[$

Soient x ;y l'intervalle$]-\infty; 2]$

Donc $x+y \leq 2$

Donc $x+y-2 \leq 0$

Donc $T \leq 0$

Donc f est croissante sur $]-\infty; 2]$

3)Dresser le tableau de variation de

x	0		2
$f(x)$		f(2)= -4	

Exercice 05

f une fonction dont le tableau de

x	-4	-3	1
$f(x)$	2	-5	6

1)Déterminer D_f ;$f(-3)$; $f(1$

2)Déterminer les extremums
fonction en précisant où ils s

Solution

1) $D_f = [-4;5]$

$f(-3) = -5$

$f(1) = 6$

$f(5) = -2$

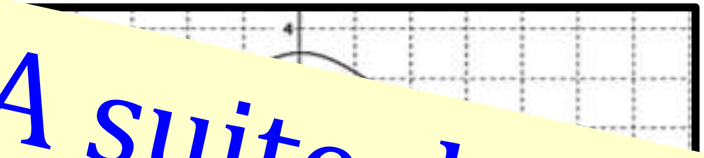
2)Déterminer les extremums de f sur D_f

La valeur minimale de f sur l'intervalle $[-4;5]$ est -5

La valeur minimale de f sur l'intervalle $[-4;5]$ est 6

Exercice 06

Soit f une fonction définit par son graphe :



1) L'ensemb
est l'intervalle $[-5;7]$

2) L'image de -5 ; -4 ; -3 ; 3 *et* 4 et pa
la fonction f.

$f(-5) = 2$

$f(-4) = -4$ *et* $f(-3) = 0$

$f(4) = -2$

3) Les antécédents de 2 par la fonction f sont -2 ; 2 ;

4) La fonction f est croissante sur les intervalles $[-4\ ;\ 0]$ et $[5\ ;\ 7]$. Elle est décroissante sur les intervalles $[-5\ ;\ -4]$ et $[0\ ;\ 5]$.

5) Le maximum de f est $3,5$.

Il est atteint en $x = 0$.

de f est -4.

7	
-1	

r :

f sur $\mathbb{R}$

$(x) = \frac{x^2}{1+x^4}$

m en 1

$) = \frac{2x^2+x-1}{x^2-x+1}$

ue 3 est la

h sur D_h

e sur $\mathbb{R}$ par :

1

Montrer que -3 est m m de f sur $\mathbb{R}$

Soit $x \in \mathbb{R}$

$$f(x) - (-3) = x^2 - 4x + 1 + 3$$
$$= x^2 - 4x + 4$$
$$= (x-2)^2$$

Donc $f(x) - (-1) \geq 0$

Donc $f(x) \geq -1$

Et on a $f(x) = -3$

Donc $(x-2)^2 = 0$

Donc $x - 2 = 0$

Donc $x = 2$

Donc $f(2) = -3$

Donc $-3 = f(2)$ e

2)Soit g une fct d

g

Montrer que g

On a $g(1) = \frac{1}{2}$

Soit $x \in \mathbb{R}$

$g(x) - \frac{1}{2} =$

$= \frac{2}{}$

$= \frac{2x}{2(1+x^4)}$

$= \frac{-(x^4 - 2x^2 + 1)}{2(1+x^4)}$

$= \frac{-(x^2-1)^2}{2(1+x^4)} \leq 0$

Donc $g(x) - \frac{1}{2} \leq 0$

Donc $g(x) \leq \frac{1}{2}$

Donc g admet un maximum en 1 sur $\mathbb{R}$

De plus le maximum est $\frac{1}{2}$

3)Soit h une fct définie par : $h(x) = \frac{2x^2+x-1}{x^2-x+1}$

Déterminer D_h puis montrer que 3 est la

ximale de la fonction h sur D_h

$\geq 0\}$

$= \frac{}{x^2 - x + 1}$

Donc $h(x) - 3 \leq 0$; *donc* h

Et on a $f(x) = 3$; *donc* $\frac{-(x-2)^2}{x^2-x+1} = 0$

Donc $-(x-2)^2$ *donc* $x - 2 = 0$

Donc $x = 2$

Donc $f(2) = 3$

Donc $3 = f(2)$ est minimum de f sur $\mathbb{R}$

Exercice 08

f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$

1)Etudier la parité du fonction f

2)a) Montrer que pour tout x ;y dans $\mathbb{R}$

$f(x) - f(y) = \frac{2(1-xy)(x-y)}{(x^2+1)(y^2+1)}$

déduire T_f le taux de variations de f

ariations de f sur

les variations de f sur

; $-1]$

e variation de f sur $\mathbb{R}$

lution

u fonction f

a :

)

$+ 1$

2

$+ 1$

$x)$

n f est impaire

tions d'une fonction

les variations d'une fonction sur

e I, on calcule T le taux de

variati $T = \frac{f(x)-f(y)}{x-y}$ *avec* $x \neq y$.

- Si $T > 0$ sur I alors f est strictement croissante sur I
- Si $T < 0$ sur I alors f est strictement décroissante sur I

2) $f(x)-f(y)=\frac{2x}{x^2+1}-\frac{2y}{y^2+1}$

$=\frac{2x(y^2+1)-2y(x^2+1)}{(x^2+1)(y^2+\ldots}$

$=\frac{2xy^2+2x-2yx^2\ldots}{(x^2+1)(y^2+\ldots}$

$=\frac{2xy^2-2yx^2+\ldots}{(x^2+1)(y^2\ldots}$

$=\frac{-2xy(x-y)+\ldots}{(x^2+1)(y\ldots}$

$=\frac{2(1-\ldots}{(x^2\ldots}$

Donc: $f(x)-f(y)=\frac{2(1\ldots}{(x^2\ldots}$

Donc: $T_f=\frac{f(x)-f(y\ldots}{x-y}$

Donc: $T_f=\frac{2(1-\ldots}{(x^2+1)\ldots}$

3)Etudier le sens de ...

$[0;1]$ puis sur $[1;\ldots$

Soient x et y dans l...

On a : $0\le x\le 1$ ...

Donc $0\le xy\le 1$

Donc $-1\le -xy\le 0$

Donc $0\le 1-xy\le 1$

Donc $0\le 2(1-xy)\le 2$

Et on a : $(x^2+1)(y^2+1)>0$

Donc : $T_f=\frac{2(1-xy)}{(x^2+1)(y^2+1)}\ge 0$

Donc la fonction f est croissante sur $[0;1]$

Soient x et y dans l'intervalle $[1;+\infty[$

On a : $x\ge 1$ *et* $y\ge 1$ *donc* $xy\ge 1$

Donc $-xy\le -1$

Donc $1-xy\le 0$ Donc $2(1-xy)\le 0$

Et on a : $(x^2+1)(y^2+1)>0$

... $\frac{2(1-xy)}{\ldots}\le 0$

De plus ...

monotonie sur $]-\infty,$ ...

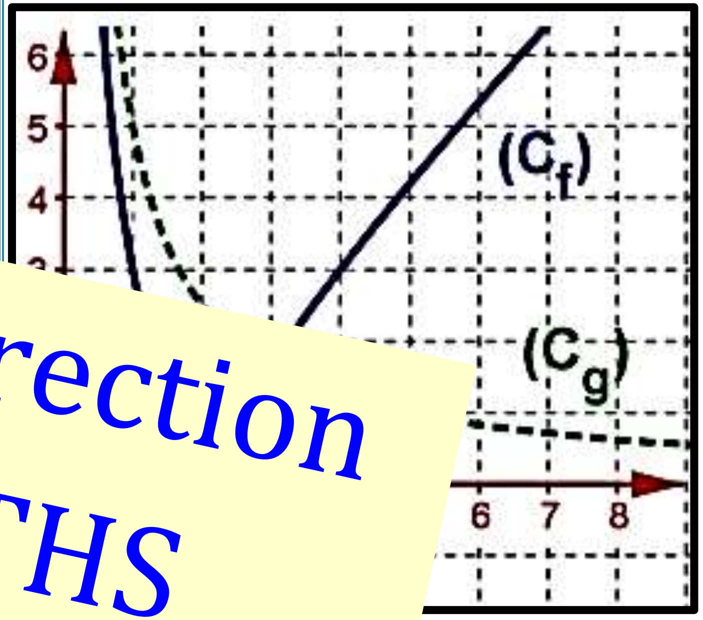
D'où f est décroissante sur $]-\infty,$ ...

7)Dresser la table de variations de f sur ℝ

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f(x)$	↘	-1	↗	1	↘

Exercice 09

f et g deux fonctions définit sur $]0;+\infty[$ par



... $f(4); g(5); g(1)$

...iations de f et g

...ent les équations

...t $g(x)=f(x)$

...ment les inéquations

...(x) et $f(x)\ge g(x)$

...tion

...$f(2)$; $f(4); g(5); g(1)$

... 0 *et* $f(4)=3$

... *et* $g(1)=5$

...le variations de f

...ion f est croissante sur

... et décroissante sur $]0;2]$

D'où le tab... de variation de f sur $]0;+\infty[$

x	0		2		$+\infty$
$f(x)$		↘	0	↗	

Dresser la table de variations de g

On voit que la fonction g est décroissante sur l'intervalle $]0;+\infty[$

x	0		$+\infty$
$g(x)$		↘	

3)Résoudre graphiquement l'équation

$f(x)=0$; $f(x)=3$; et $g(x)=f(x)$

Rappel 4 :

- **Graphiquement les solutions de l'équation $f(x)=k$ sont les absciss… points d'intersections de (C_f) avec … droite d'équation y= k**
- **Les solutions de l'équation $f(x)=$ … sont les abscisses des points d'intersections des courbes (C_f) …**

Résolution d'équation $f(x)=0$;

On a la courbe (C_f) coupe la droite d'équations y= 0 en un point unique d'abscisse 2 donc $S=\{2\}$

Résolution d'équation $f(x)=3$;

On a la courbe (C_f) coupe la droite d'équations y= 3 en deux points d'abscisses 1 et 4 donc $S=\{1,4\}$

Résolution d'équation $g(x)=f(x)$;

On a les courbes (C_f) et (C_g) sont sécante en un point unique d'abscisse 3 donc $S=\{3\}$

…Résoudre graphiquement les inéquations … $\leq g(x)$ et $f(x)\geq g(x)$

Soit la fct f définie su…

1)Dresser le tableau de variation de la fonction en justifiant votre réponse

2) Déterminer la nature de (C_f)

3)Tracer la courbe (C_f) la courbe de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

Solution

Soit la fct f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\frac{1}{2}x^2$

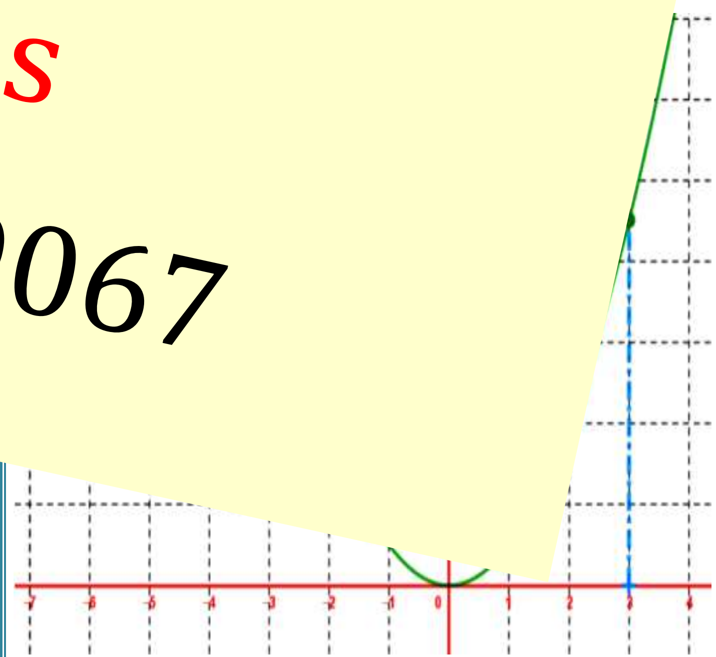
1) Dresser le tableau de variation de la fonction en justifiant votre réponse

On a : $D_f=\mathbb{R}$

$$\frac{-b}{2a}=\frac{-(0)}{2\times\frac{1}{2}}=0\ et\ \ f(0)=0$$

…iations de f : $a=\frac{1}{2}>0$

… $+\infty$



Exercice 11

Soit f la fonction définit sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x^2 - 4x + 3$$

1) Dresser la table des variations de f
2) Déterminer les points d'intersectio
(C_f) avec les axes du repère $(O;\vec{i};\vec{j})$
3) Déterminer la nature de (C_f)
4) Tracer la courbe (C_f) la courbe de
un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

Solution

1)On a : $D_f = \mathbb{R}$

$a = 1$; $b = -4$ et $c = 3$

$\frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \times 1} = 2$

Et $f(2) = -1$

Le tableau des variations de f :

$a = 1 > 0$

x	$-\infty$	2
$f(x)$	↘	-1

Rappel :

Les points d'intersection de
des abscisses (Ox) sont les
abscisses sont les solutions de l'équati
$f(x) = 0$
L'intersection de (Cf) avec (Oy) l'axe des ordonnées est le point $A(0\,;f(0))$

2)Déterminer les points d'intersection de (C_f) avec les axes du repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

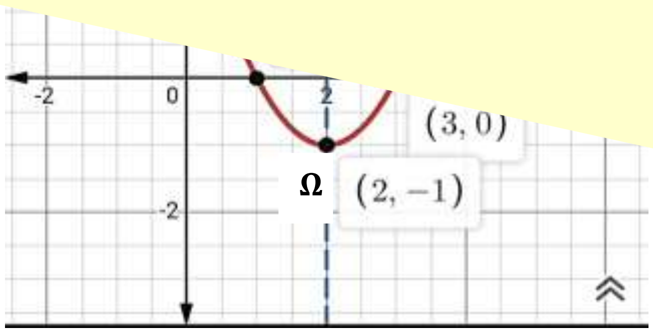
$f(x) = 0$ $donc$ $x^2 - 4x + 3 = 0$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 3 = 4$$

$$x = \frac{4+\sqrt{4}}{2\times 1} = 3 \quad ou \quad x = \frac{4-\sqrt{4}}{2\times 1} = 1$$

Les points d'intersection de (Cf) avec l'axe (Ox) sont les deux points $A(1\,;0)$ et $B(3\,;0)$

L'intersection de (Cf) avec (Oy) est le
$donc$ $C(0\,;3)$



Exercice 12

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$par

$$f(x) = \frac{2}{x}$$

1)Dresser le tableau de variation de la fonction en justifiant votre réponse
2)Calculer les images de 3 et de 6 par la fonction f.
3)Calculer l'antécédent de 7 par f.
la nature de (C_f)
courbe de f dans

x	$+\infty$
$g(x)$	↘

2)Calculer les images de 3 et de 6 par la fonction f.

Image de 3 : $f(3) = \frac{2}{3}$.

- Image de 6 : $f(6) = \frac{2}{6}$

3)Calculer l'antécédent de 7 par f.

Antécédent de 7 :

On résout l'équation $f(x) = 7$

Soit $\frac{2}{x} = 7$ donc $\frac{x}{2} = \frac{1}{7}$

Donc $x = 2 \times \frac{1}{7}$ donc $x = \frac{2}{7}$

L'antécédent de 7 est $\frac{2}{7}$.

4)Déterminer la nature de (C_f)

La courbe (C_f) de f est appelé

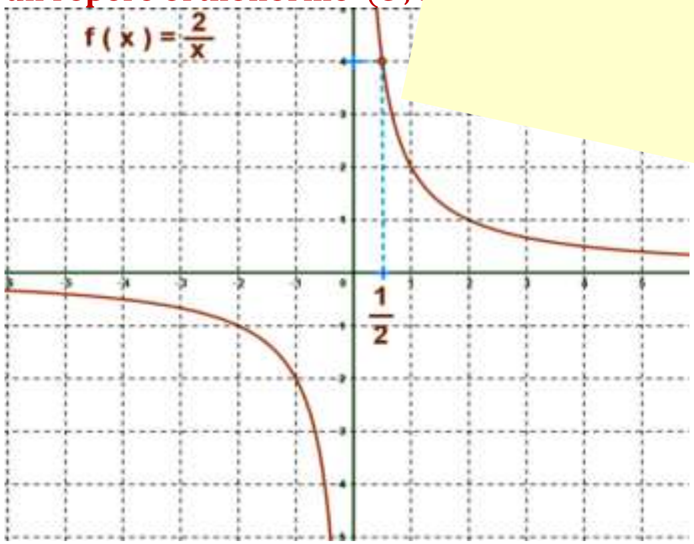
hyperbole de centre O$(0;0)$

d'asymptotes les droites (Ox

d'équations $x = 0$ et $y = 0$

5)Tracer la courbe (C_f) la co

un repère orthonormé $(O; \vec{i}$



Exercice 13

Soit f la fonction définit sur ℝ par $g(x) = \frac{x+2}{x+1}$

Déterminer D_g

les variations de g

ction de

Donc

Donc la fonction g es

décroissante sur les intervalles

$]-\infty;-1[$ et $]-1;+\infty[$

D'où le tableau de variations de g

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$g(x)$	↘	‖	↘

3) Déterminer les points d'intersection de (C_g) avec les axes du repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

$g(x) = 0$ donc $\frac{x+2}{x+1} = 0$

donc $x + 2 = 0$ donc $x = -2$

Le point d'intersection de (Cg) avec l'axe

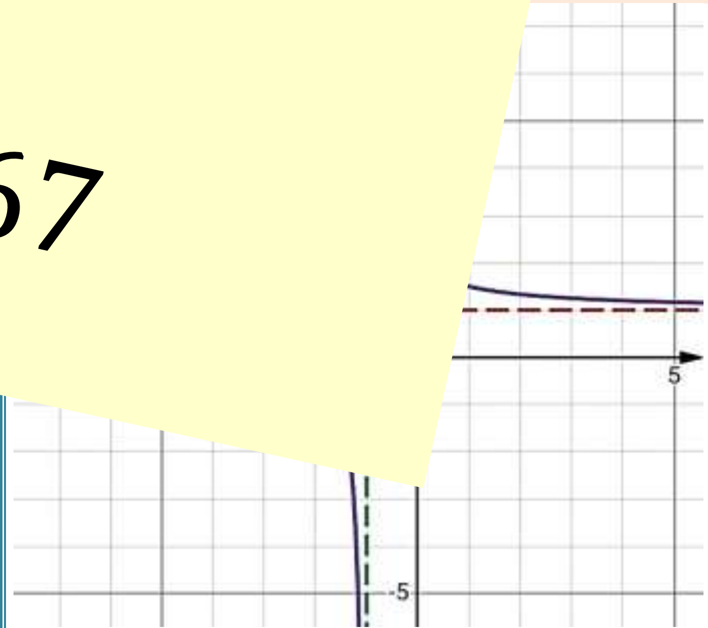
) est le points $A(-2;0)$

(Cg) avec (Oy) est le

de

re

ions g



Exercice 14

Soit f la fonction sur définit sur ℝ par :

$f(x) = -x^2 + 2x$

1) Dresser la table des variations d
2) Déterminer les points d'interse
   (C_f) avec les axes du repère
3) Construire la courbe (C_f) dan
   repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$
4) Soit g une fonction définit su
   $g(x) = -x^2 + 2|x|$
   a) Etudier la parité de la fonct
   b) Construire dans le même r
   courbe (C_g) avec un autre
   justifiant la méthode de c
   c) Discuter suivant les vale
   paramètre m le nombre
   l'équation $g(x) = m$
5) Soit h une fonction déf
   $h(x) = |f(x)|$

Tracer la courbe (C_h) da
en justifiant la méthode de co

Solution

Soit f la fonction sur définit sur ℝ par :

$f(x) = -x^2 + 2x$

2) Dresser la table des variations de f On a : $D_f = \mathbb{R}$ et $a = -1$; $b = 2$ et $c = 0$

$$Donc \quad \frac{-b}{2a} = \frac{-(2)}{2 \times (-1)} = 1$$

$$Et \quad f(1) = -1 + 2 = 1$$

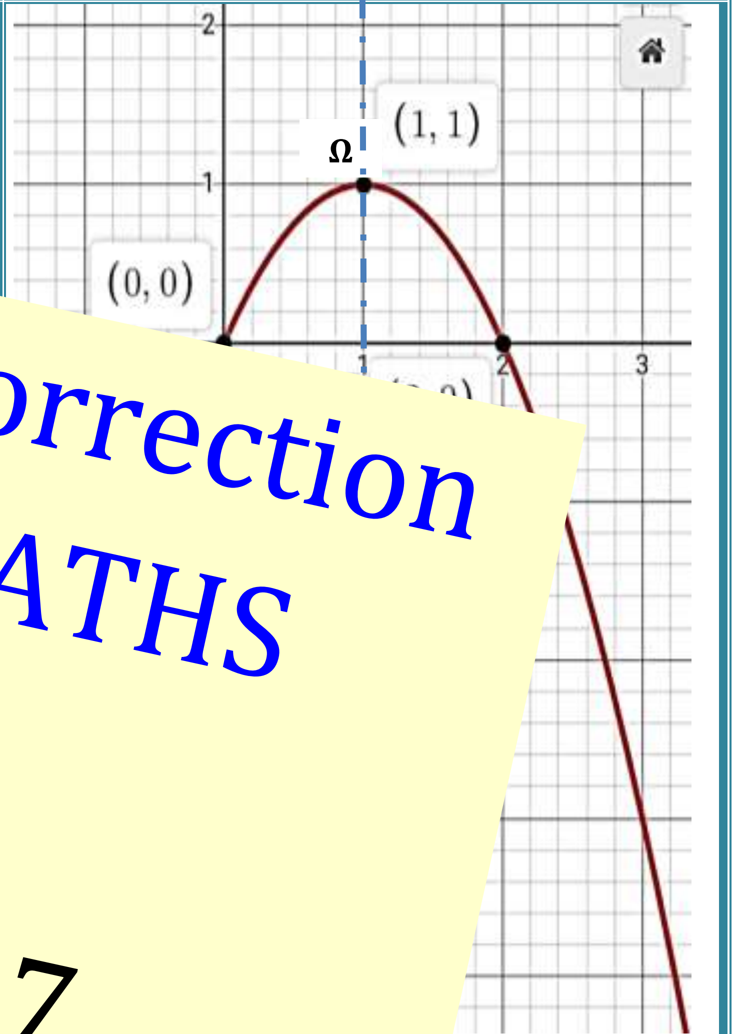
D'où Le tableau des variations de f :

$a = -1 < 0$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
	↗	1	↘

…tion de

d'équa…



…t sur ℝ par :

…onction g

D_g

Soit $x \in \mathbb{R}$ on a … et on a :

$$g(-x) = -(-x)^2 + 2|-x| = -x^2 + 2|x| = g(x)$$

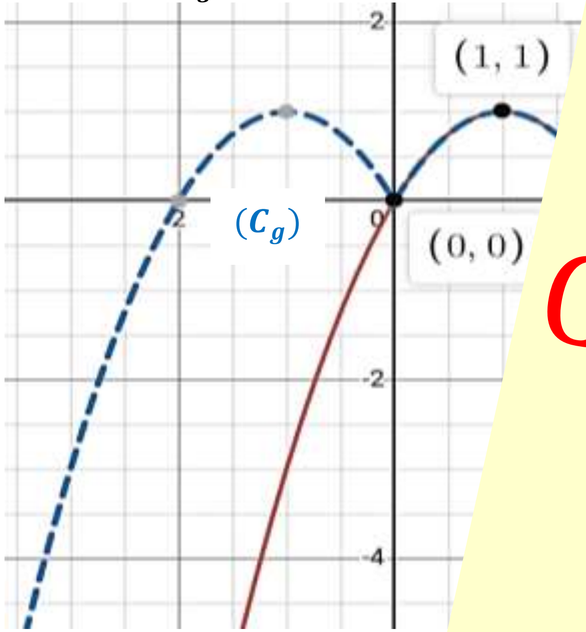
Donc la fonction g est paire

b)Construire dans le même le repère la courbe (C_g) avec un autre couleur en justifiant la méthode de construction

On a $g(x) = f(x)$ su l'intervalle $[0; +\infty[$ donc les courbes (C_f) et (C_g) sont confondues sur l'intervalle [0 ...

Et on a la fonction g est paire donc la c... ...rique par rapport à l'axe des ordonnées

la courbe (C_g) est en couleur bleu



b) Discuter suivant les vale... solutions de l'équation $g(x)$ ...

- Si $m \in]1; +\infty[$ l'équation $g(x) = m$ n'adm... la droite d'équation $y = m$ ne coupe pas (C_g)
- Si $m \in]0; +\infty[$ ou $m = 1$ on a l'équation $g(x) = m$ admet deux solutions car la droite d'équation $y = m$ coupe (C_g) en deux points
- Si $m = 0$ on a l'équation $g(x) = m$ admet trois solutions car la droite d'équation $y = m$ coupe (C_g) en trois points
- Si $m \in]0; 1[$ on a l'équation $g(x) = m$ admet quatre solutions car la droite d'équation $y = m$ coupe (C_g) en quatre points

3) Soit h une fonction définit sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = |f(x)|$

a) Résolution graphique d'inéquation $f(x) \geq 0$;

On a la courbe (C_f) est située en dessus de la droite d'équation y= 0 sur l'intervalle $[0; 1]$ donc $S = [0; 1]$

On peut résoudre l'inéquation algébriquement

b) Tracer la courbe (C_h) dans un autre repère en justifiant la ... construction

...cédente on a ...